



2020年度入学試験問題

数学

(数学I・数学II・数学A・数学B)

注 意

- 1 問題冊子は1冊（2ページ），解答用紙は4枚，下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象なりません。また，答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後，問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

数 学（数学I・数学II・数学A・数学B）

1

1, 2, 3, 4 から等しい確率で数を選ぶ試行を考える。この試行を繰り返すとき、第 n 回目で選んだ数を r_n とおく。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = r_n a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定める。以下の問いに答えよ。

- (1) $a_4 = 24$ となる確率を求めよ。
- (2) $a_5 = 24$ となる確率を求めよ。
- (3) $n \geq 6$ とし $a_n = 24$ となる確率を求めよ。

2

a, b, c を整数とし、2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を考える。ただし $a \neq 0$ である。 $|x| \leq 1$ を満たすすべての実数 x に対して $|f(x)| \leq 1$ が成り立つとする。以下の問いに答えよ。

- (1) a, b, c を $f(1), f(-1), f(0)$ を用いて表せ。
- (2) $f(x)$ をすべて求めよ。

3

a を実数とする。原点を O とする xy 平面において C を $x^2 - 4x + y^2 - 4y - 1 = 0$ で表される円とし、 ℓ を $3x - 4y + a = 0$ で表される直線とする。点 P を円 C の中心とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 円 C の半径と中心 P の座標を求めよ。
- (2) 円 C と直線 ℓ の共有点の個数を求めよ。
- (3) $a > 0$ とし、直線 ℓ が円 C と接しているとする。直線 ℓ に関して点 P と対称な点 Q をとる。このとき $\tan \angle POQ$ を求めよ。

4

s を実数とする。等式

$$f(x) = |x^2 - x| - s - \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x\{f(t) - |t|\} dt$$

を満たす関数 $f(x)$ が与えられたとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフと x 軸が異なる 3 点で交わる s の値の範囲を求めよ。
- (3) s が (2) で求めた範囲にあるとする。 $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれる部分の面積 $A(s)$ を求めよ。
- (4) (3) における $A(s)$ の最小値を与える s を求めよ。