２０２０年度入学試験問題

数　　学

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学Ａ・数学Ｂ）

注　　意

1　問題冊子は１冊（２ページ），解答用紙は４枚，下書き用紙は３枚です。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙の受験番号記入欄２箇所に受験番号を正しく記入しなさい。

4　解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また，答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。

5　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

数　学（数学I・数学II・数学III・数学A・数学B）

1

x と y をそれぞれ自然数とする。袋Aには白玉2個，赤玉3個，袋Bには白玉 x 個，赤玉 y 個が入っている。袋Aから1個の玉を取り出して袋Bに入れ，よくかき混ぜて袋Bから1個の玉を取り出して袋Aに入れる。このとき袋Aの白玉の個数がはじめと変わらない確率を p とおく。以下の問いに答えよ。

(1) $x=10$，$y=23$ のとき p を求めよ。

(2) (1) で求めた p を与える x，y の組で $1 \leqq x \leqq 1000$，$1 \leqq y \leqq 1000$ となるものが何組あるかを求めよ。

2

0でない複素数 α は $|\alpha - i| = 1$ を満たすとする。また α の偏角 θ は $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たすとする。以下の問いに答えよ。

(1) $|\alpha|$ を θ を用いて表せ。

(2) $\beta = -\alpha + 2i$ とおく。β の偏角 $\arg\beta$ を θ を用いて表せ。ただし $0 \leqq \arg\beta < 2\pi$ とする。

(3) β は (2) で与えられたものとする。複素数平面において実軸上に点 $\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ をとる。3点 $\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{B}(\beta)$，$\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ が一直線上にあるとき θ の値を求めよ。

3

xyz 空間における $\mathrm{O}(0,0,0)$，$\mathrm{A}(1,0,0)$，$\mathrm{B}(1,1,0)$，$\mathrm{C}(0,1,0)$，$\mathrm{D}(0,0,1)$，$\mathrm{E}(1,0,1)$，$\mathrm{F}(1,1,1)$，$\mathrm{G}(0,1,1)$ を頂点とする立方体を考える。点Pは時刻 $t=0$ に原点Oを出発し毎秒1の速さで正方形OABCの周上を点O，点A，点B，点Cの順に一周する。点Qは時刻 $t=0$ に点Dを出発し毎秒1の速さで正方形DEFGの周上を点D，点G，点F，点Eの順に一周する。線分PQが通過してできる図形と正方形OABC, 正方形DEFGによって囲まれる立体を K とする。以下の問いに答えよ。

(1) a は $0 \leqq a < \dfrac{1}{2}$ を満たすとする。平面 $z=a$ によって立体 K を切ったときの切り口の面積を求めよ。

(2) 立体 K の体積を求めよ。

4

a を正の数とする。xy 平面において，点 $\mathrm{A}(a,0)$ をとり，C_1 を双曲線 $x^2-4y^2=-4$ とし，C_2 を双曲線 $x^2-4y^2=4$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 点Pが C_1 上にあるとする。このときAPを最小にする点Pとその最小値を求めよ。

(2) 点Pが C_2 上にあるとする。このときAPを最小にする点Pとその最小値を求めよ。

(3) 点Pが C_1 または C_2 上にあるとする。このとき点 $(2,0)$ が，APの最小値を与える点Pとなるような a の値の範囲を求めよ。