

平成31年度入学試験問題

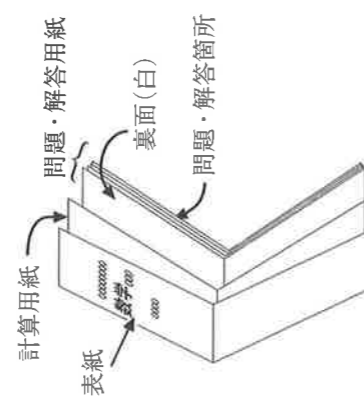
数 学 202

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙および計算用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚、計算用紙は1枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したのもも採点しない。
- 4 筆答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 計算用紙以外にも、表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙、計算用紙を含め、配布した用紙はすべて回収する。

表紙も問題・解答用紙も全て
表面のみに印刷している。



数 学 202 その1

第1問 自然数 n に対し, $f(n) = n^2(n^2 + 8)$ と定める。

- (1) $f(4)$ の正の約数の個数を求めよ。
- (2) $f(n)$ は3の倍数であることを証明せよ。
- (3) $f(n)$ の正の約数の個数が10個であるような n をすべて求めよ。

[第1問の解答箇所]

数 学 202 その2

第2問 定数 α を $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ とする。数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = \alpha, \quad a_{n+1} = 2 \int_0^1 |t - a_n| dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められる。次の問いに答えよ。

- (1) 定数 x を $0 < x < 1$ とする。定積分 $\int_0^1 |t - x| dt$ を求めよ。
- (2) $\frac{1}{2} < a_n < 1$ が成り立つことを示せ。
- (3) 自然数 n に対して、 $b_n = \log\left(a_n - \frac{1}{2}\right)$ とおく。 b_n を n と α を用いて表せ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ の値を求めよ。

[第2問の解答箇所]

数 学 202 その3

第3問 原点を O 、点 A を $(1, 0)$ とする。点 $P(x, y)$ を $OP = 1$ かつ $y > 0$ となるようにとり、 $\angle OAP = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とおく。線分 AP を $\cos \theta : (1 - \cos \theta)$ に内分する点を M とし、 $\angle OAP$ の2等分線と線分 OM との交点を Q とする。

- (1) P の座標を θ を用いて表せ。
- (2) Q の座標を θ を用いて表せ。
- (3) $\triangle OAQ$ の面積の最大値とそのときの θ の値を求めよ。

[第3問の解答箇所]

数 学 202 その 4

第4問 座標平面上を動く点 P が原点の位置にある。1 個のさいころを投げて、1 の目が出たときには y 座標はそのまま x 座標を 1 だけ増やすように進み、2 の目が出たときには x 座標はそのまま y 座標を 1 だけ増やすように進み、3 の目が出たときには y 座標はそのまま x 座標を 1 だけ減らすように進み、4 の目が出たときには x 座標はそのまま y 座標を 1 だけ減らすように進む。また、5 の目が出たときには点 P は動かず、6 の目が出たときには、点 P が原点にある場合は動かず、点 P が原点にない場合は原点に移る。次の問いに答えよ。

- (1) さいころを 2 回投げたとき、点 P が原点にある確率を求めよ。
- (2) さいころを 3 回投げたとき、点 P が原点にある確率を求めよ。
- (3) さいころを 4 回投げたとき、点 P が原点にある確率を求めよ。

[第4問の解答箇所]

計算用紙