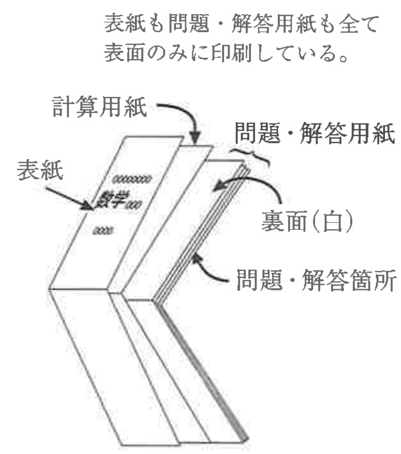
平成31年度入学試験問題

数　学　　201

（前　期　日　程）



（注意事項）

1　問題・解答用紙および計算用紙は，係員の指示があるまで開かないこと。

2　この表紙を除いて，**問題・解答用紙は４枚，計算用紙は１枚である。**
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。

3　**解答は，問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。**指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。また，**裏面に解答したものも採点しない。**

4　**筆答開始後，各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。**

5　計算用紙以外にも，表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。

6　表紙，計算用紙を含め，配布した用紙はすべて回収する。

受験番号	第　　　　番

数　学　201　その1

第1問　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 + 3n + 2$ で表されているとする。

(1)　一般項 a_n を求めよ。

(2)　$\dfrac{S_1S_3}{S_2} + \dfrac{S_2S_4}{S_3} + \dfrac{S_3S_5}{S_4} + \cdots + \dfrac{S_nS_{n+2}}{S_{n+1}}$ を求めよ。

(3)　$\dfrac{S_4}{S_3S_5} + \dfrac{S_7}{S_6S_8} + \dfrac{S_{10}}{S_9S_{11}} + \cdots + \dfrac{S_{3n+1}}{S_{3n}S_{3n+2}}$ を求めよ。

[第1問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　番

数　学　201　その2

第2問　自然数 n に対し，$f(n) = n^2(n^2+8)$ と定める。次の問いに答えよ。

(1)　$f(4)$ の正の約数の個数を求めよ。

(2)　$f(n)$ は3の倍数であることを証明せよ。

(3)　$f(n)$ の相異なる素因数の個数が2個であり，かつ $f(n)$ の正の約数の個数が10個であるとする。n をすべて求めよ。

[第2問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　番

数　学　201　その3

第3問　$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=6$, $|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=4$, $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=2\sqrt{11}$ である $\triangle\mathrm{OAB}$ を考える。

(1)　内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ および $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$ を求めよ。

(2)　$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$ を最小にする実数 t の値 t_1 とその最小値を求めよ。

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。(2) の t_1 に対して $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t_1\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とするとき，$\triangle\mathrm{OCD}$ の面積を求めよ。

［第3問の解答箇所］

小 計	点

受験番号	第　　　　　番

数　学　201　その４

第４問　定数 α を $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ とする。数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = \alpha, \qquad a_{n+1} = 2\int_0^1 |t - a_n|\,dt \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

によって定められる。次の問いに答えよ。

(1)　定数 x を $0 < x < 1$ とする。定積分 $\int_0^1 |t - x|\,dt$ を求めよ。

(2)　$\frac{1}{2} < a_n < 1$ が成り立つことを示せ。

(3)　自然数 n に対して，$b_n = \log\left(a_n - \frac{1}{2}\right)$ とおく。b_n を n と α を用いて表せ。

(4)　$\lim_{n\to\infty} a_n$ の値を求めよ。

［第４問の解答箇所］

小 計	点

計 算 用 紙