

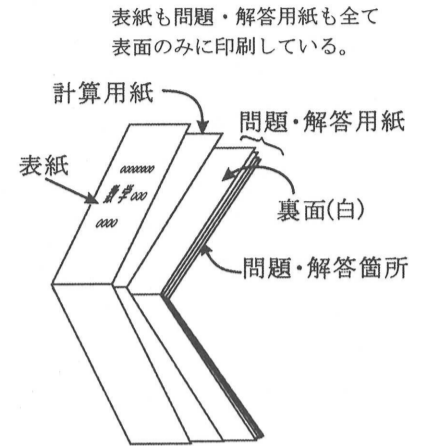
平成28年度入学試験問題

数 学 202

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙および計算用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚、計算用紙は1枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したのも採点しない。
- 4 筆答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 計算用紙以外にも、表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙、計算用紙を含め、配布した用紙はすべて回収する。



数 学 202 その 1

第 1 問 座標平面上の曲線 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ($y \geq 0$) を C とする。実数 $t > 1$ に対して、点 $(0, t)$ を通り第 1 象限の点 (a, b) で曲線 C に接する直線を l とする。

- (1) x 軸, y 軸と l で囲まれた部分の面積を $S_1(t)$ とする。 t が $t > 1$ の範囲を動くとき, $S_1(t)$ の最小値を求めよ。
- (2) 曲線 C と直線 $y = b$ で囲まれた部分の面積を $S_2(t)$ とする。 t が $t > 1$ の範囲を動くとき, 導関数 $S_2'(t)$ の最大値を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

数 学 202 その2

第2問 $\triangle OAB$ において、次のように6点 P, P', Q, Q', R, R' を定める。辺 OA を $p:(1-p)$ に内分する点を P , $p:(1-p)$ に外分する点を P' とする。同様に、辺 AB を $q:(1-q)$ に内分する点を Q , 外分する点を Q' とし、辺 BO を $r:(1-r)$ に内分する点を R , 外分する点を R' とする。ただし、 $0 < p < 1, 0 < q < 1, 0 < r < 1$ かつ $p \neq \frac{1}{2}, q \neq \frac{1}{2}, r \neq \frac{1}{2}$ とする。

- (1) $\triangle OAB$ の重心と $\triangle PQR$ の重心が一致するとき、 $p:q:r$ を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{P'Q'}$ と $\overrightarrow{P'R'}$ が平行でないとする。 $\triangle OAB$ の重心と $\triangle P'Q'R'$ の重心が一致するとき、 $\triangle OAB$ の重心と $\triangle PQR$ の重心が一致することを示せ。
- (3) $\overrightarrow{P'Q'}$ と $\overrightarrow{P'R'}$ が平行であるとき、 $2pqr + p + q + r = pq + qr + rp + 1$ が成り立つことを示せ。

[第2問の解答箇所]

小計	点
----	---

数 学 202 その3

第3問 整式 $P(x)$ が条件「 x が整数ならば、 $P(x)$ の値は整数となる」を満たすとき、 $P(x)$ を整数値整式という。

また、 a, b, c, d を定数とし、 $f_1(x) = x$, $f_2(x) = \frac{1}{2}x(x-1)$, $f_3(x) = \frac{1}{6}x(x-1)(x-2)$ とする。

(1) $P(x) = ax^2 + bx + c$ が整数値整式であるための必要十分条件は、次の条件 (A) であることを示せ。

(A) $P(x)$ は整数 m_0, m_1, m_2 を用いて $m_0 + m_1f_1(x) + m_2f_2(x)$ という形に表せる。

(2) $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ が整数値整式であるための必要十分条件は、次の条件 (B) であることを示せ。

(B) $P(x)$ は整数 m_0, m_1, m_2, m_3 を用いて $m_0 + m_1f_1(x) + m_2f_2(x) + m_3f_3(x)$ という形に表せる。

[第3問の解答箇所]

小計	点
----	---

数 学 202 その 4

第4問 赤玉 1 個と白玉 3 個が入っている袋 A から玉を 2 個取り出し、空の袋 B に入れた状態を最初の実入れ方とする。次の (i), (ii) を順に行うことを 1 回の作業とする。

(i) 袋 A から玉を 1 個取り出し、その玉が白玉ならば袋 A に戻し、赤玉ならば袋 B に入れてよくかき混ぜた上で袋 B から玉を 1 個取り出して袋 A に入れる。

(ii) 袋 B から玉を 1 個取り出し、その玉が白玉ならば袋 B に戻し、赤玉ならば袋 A に入れてよくかき混ぜた上で袋 A から玉を 1 個取り出して袋 B に入れる。

最初の実入れ方で袋 A に赤玉がある確率を P_0 とし、上の作業を n 回行った後で袋 A に赤玉がある確率を P_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。玉は色以外に区別できないものとして、次の問いに答えよ。

(1) P_0, P_1 を求めよ。

(2) P_n を求めよ。

(3) 最初の実入れ方から作業を n 回行って袋 A に赤玉があったとき、最初の実入れ方で袋 A に赤玉がある確率を求めよ。

[第4問の解答箇所]

小計	点
----	---