

平成 27 年 度

(工 学 部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

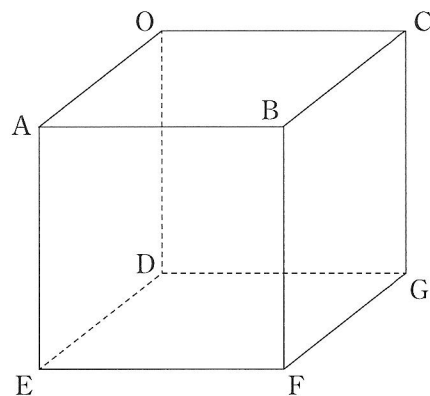
1. 問題〔1〕, 〔2〕, 〔3〕は必答すること。
 - ・問題〔4 A〕と〔4 B〕については、このうちから 1 題を選択し、解答用紙の問題番号を○で囲み、解答すること。
 - ・問題〔4 B〕は旧課程の範囲からの出題である。新課程、旧課程どちらの履修者も問題〔4 A〕, 〔4 B〕のいずれを選択してもよい。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] 図のような一辺の長さが1の立方体 OABC-DEFG において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ とする。M を辺 OC の中点, R, S をそれぞれ辺 AE, 辺 GF 上の点とする。AR = r, GS = s, $\angle RMS = \theta$ とおくと、次の間に答えよ。

- \overrightarrow{MR} , \overrightarrow{MS} を、それぞれ $r, s, \vec{a}, \vec{c}, \vec{d}$ を用いて表せ。
- $\cos \theta$ を r, s を用いて表せ。
- $\triangle MRS$ が $\angle RMS = 90^\circ$ の直角二等辺三角形のとき、 r と s の値を求めよ。
- $\angle MRS$ はつねに鋭角であることを示せ。



[2] 図1のように、 $AB = AC = 5$, $BC = 6$ の二等辺三角形 ABC 内に、半径が等しい2つの円 O_1, O_2 が次の2つの条件を満たすように置かれているとする。

- 円 O_1 と円 O_2 は外接する。
 - 円 O_1 は辺 AB と辺 BC に接し、円 O_2 は辺 AC と辺 BC に接する。
- このとき、次の間に答えよ。

- 辺 BC の中点を M としたとき、線分 AM の長さを求めよ。
- 円 O_1 の半径 R を求めよ。
- さらに円 O_3 が図2のように円 O_1 と円 O_2 に外接し、辺 AB と辺 AC に接しているとき、円 O_3 の半径 r を求めよ。

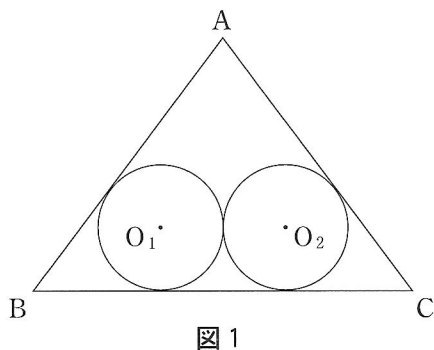


図1

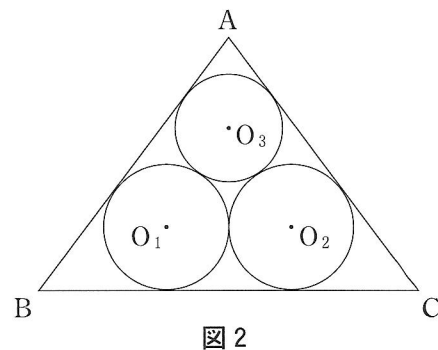


図2

[3] 放物線 $y = ax^2$ ($a > 0$) を y 軸のまわりに1回転させてできる容器 A と、容積 V のコップ B がある。このとき、次の間に答えよ。

- 空の容器 A にコップ B 1杯分の水を注いだら、水深が1となった。このとき、 a を V を用いて表せ。ただし、回転軸は水面と垂直であるとする。
- あとコップ B 何杯分の水を容器 A に注いだら、水深が2となるか。

[4A] 複素数平面上に原点 $O(0)$ と点 $A(1 + \sqrt{3}i)$ がある。ただし、 i を虚数単位とする。このとき、次の間に答えよ。

- 複素数 $1 + \sqrt{3}i$ を極形式で表せ。ただし、偏角 θ は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。
- 点 A を原点のまわりに $-\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数を求めよ。
- 虚軸上の点 $B(z)$ が $OB = AB$ を満たすとき、複素数 z を求めよ。
- 3.で求めた $B(z)$ に対して、3点 O, A, B を通る円の中心を表す複素数を求めよ。

[4B] 行列 A, E を $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とし、 a, b を $a^2 + b^2 \neq 0$ を満たす実数とする。このとき、次の間に答えよ。

- A^2 を求めよ。
- $X = aA + bE$ の逆行列 X^{-1} を求めよ。
- $B^2 = -E$ を満たす任意の2次の正方行列 B について、 $(aB + bE)(-aB + bE) = sB + tE$ となる実数 s, t を a, b を用いて表せ。
- 3.の B に対して $Y = aB + bE$ とおくと、 $pB + qE$ が Y の逆行列 Y^{-1} と等しくなるような実数 p, q を a, b を用いて表せ。