

平成 27 年 度

(教育学部・農学部)

## 問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

## 解答の書き方

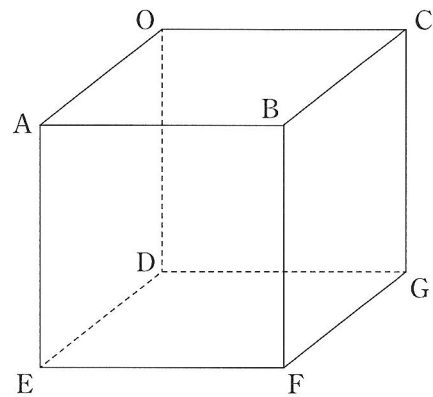
1. 問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕,〔5〕は、このうちから 1 題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答、選択した問題の番号、志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] 図のような一辺の長さが1の立方体 OABC-DEFG において、 $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$ ,  $\vec{OD} = \vec{d}$  とする。M を辺 OC の中点, R, S をそれぞれ辺 AE, 辺 GF 上の点とする。AR = r, GS = s,  $\angle RMS = \theta$  とおくと、次の間に答えよ。

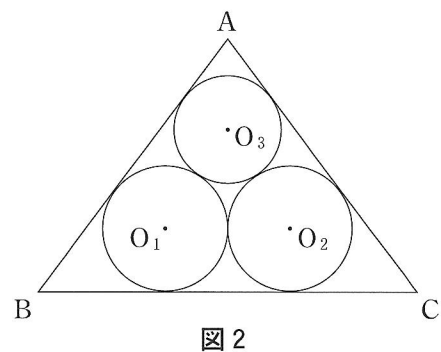
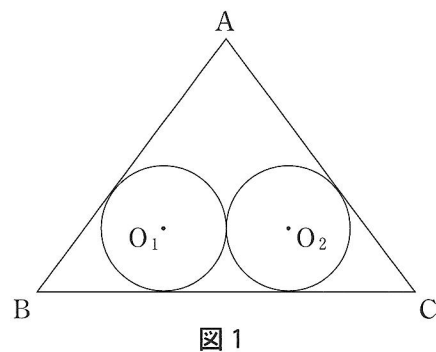
- $\vec{MR}$ ,  $\vec{MS}$  を、それぞれ r, s,  $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  を用いて表せ。
- $\cos \theta$  を r, s を用いて表せ。
- $\triangle MRS$  が  $\angle RMS = 90^\circ$  の直角二等辺三角形のとき、r と s の値を求めよ。
- $\angle MRS$  はつねに鋭角であることを示せ。



[2] 図1のように、 $AB = AC = 5$ ,  $BC = 6$  の二等辺三角形 ABC 内に、半径が等しい2つの円  $O_1$ ,  $O_2$  が次の2つの条件を満たすように置かれているとする。

- 円  $O_1$  と円  $O_2$  は外接する。
  - 円  $O_1$  は辺 AB と辺 BC に接し、円  $O_2$  は辺 AC と辺 BC に接する。
- このとき、次の間に答えよ。

- 辺 BC の中点を M としたとき、線分 AM の長さを求めよ。
- 円  $O_1$  の半径 R を求めよ。
- さらに円  $O_3$  が図2のように円  $O_1$  と円  $O_2$  に外接し、辺 AB と辺 AC に接しているとき、円  $O_3$  の半径 r を求めよ。



[3] 数列  $\{a_n\}$  は、

$$a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{2a_n + 2}{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められているとする。このとき、次の間に答えよ。

- n が自然数のとき、数学的帰納法を用いて  $\sqrt{2} < a_n$  を示せ。
- n が自然数のとき、 $a_{n+1} < a_n$  を示せ。
- n が自然数のとき、数学的帰納法を用いて

$$a_n - \sqrt{2} \leq \frac{(2 - \sqrt{2})^n}{3^{n-1}}$$

を示せ。

[4] 2次関数  $y = f(x)$  のグラフは、点  $(\frac{3}{2}a, -a)$  を頂点とし、点  $(a, 0)$  を通る放物線である。ただし、 $a \neq 0$  とする。このとき、次の間に答えよ。

- 2次関数  $y = f(x)$  を a を用いて表せ。
- $a > 0$  とするとき、放物線  $y = f(x)$  と x 軸で囲まれた部分の面積  $S(a)$  を、積分を計算することによって求めよ。
- $S(2^n) > 7^{10}$  となる最小の自然数 n を求めよ。必要であれば、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$ ,  $\log_{10} 7 = 0.8451$  を用いてもよい。

[5] 放物線  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) を y 軸のまわりに1回転させてできる容器 A と、容積 V のコップ B がある。このとき、次の間に答えよ。

- 空の容器 A にコップ B 1杯分の水を注いだら、水深が1となった。このとき、a を V を用いて表せ。ただし、回転軸は水面と垂直であるとする。
- あとコップ B 何杯分の水を容器 A に注いだら、水深が2となるか。