

平成 27 年 度

(法 学 部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

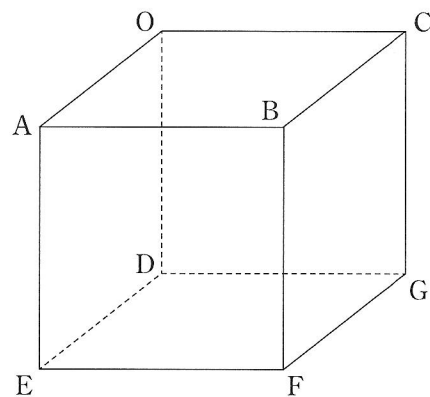
1. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] 図のような一辺の長さが1の立方体 OABC-DEFG において、 $\vec{OA} = \vec{a}$,
 $\vec{OC} = \vec{c}$, $\vec{OD} = \vec{d}$ とする。M を辺 OC の中点, R, S をそれぞれ辺 AE, 辺
GF 上の点とする。AR = r, GS = s, $\angle RMS = \theta$ とおくと、次の間に答えよ。

- \vec{MR} , \vec{MS} を、それぞれ r, s, \vec{a} , \vec{c} ,
 \vec{d} を用いて表せ。
- $\cos \theta$ を r, s を用いて表せ。
- $\triangle MRS$ が $\angle RMS = 90^\circ$ の直角二等
辺三角形のとき、r と s の値を求め
よ。
- $\angle MRS$ はつねに鋭角であることを示
せ。



[2] 図1のように、 $AB = AC = 5$, $BC = 6$ の二等辺三角形 ABC 内に、半径が
等しい2つの円 O_1 , O_2 が次の2つの条件を満たすように置かれているとする。

- 円 O_1 と円 O_2 は外接する。
- 円 O_1 は辺 AB と辺 BC に接し、円 O_2 は辺 AC と辺 BC に接する。

このとき、次の間に答えよ。

- 辺 BC の中点を M としたとき、線分 AM の長さを求めよ。
- 円 O_1 の半径 R を求めよ。
- さらに円 O_3 が図2のように円 O_1 と円 O_2 に外接し、辺 AB と辺 AC
に接しているとき、円 O_3 の半径 r を求めよ。

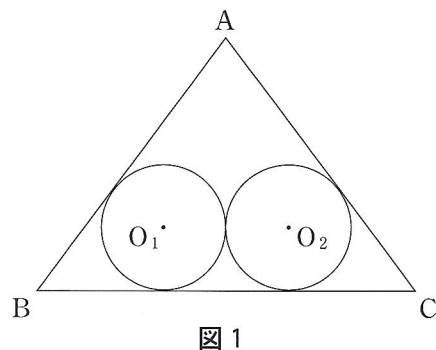


図1

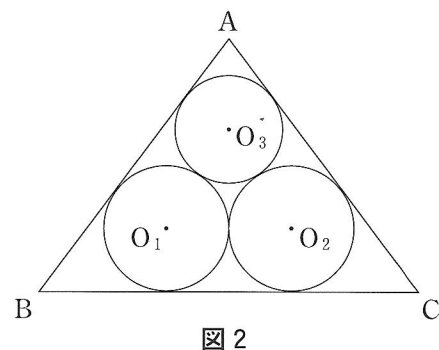


図2

[3] 数列 $\{a_n\}$ は、

$$a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{2a_n + 2}{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められているとする。このとき、次の間に答えよ。

- n が自然数のとき、数学的帰納法を用いて $\sqrt{2} < a_n$ を示せ。
- n が自然数のとき、 $a_{n+1} < a_n$ を示せ。
- n が自然数のとき、数学的帰納法を用いて

$$a_n - \sqrt{2} \leq \frac{(2 - \sqrt{2})^n}{3^{n-1}}$$

を示せ。

[4] 2次関数 $y = f(x)$ のグラフは、点 $(\frac{3}{2}a, -a)$ を頂点とし、点 $(a, 0)$ を通
る放物線である。ただし、 $a \neq 0$ とする。このとき、次の間に答えよ。

- 2次関数 $y = f(x)$ を a を用いて表せ。
- $a > 0$ とするとき、放物線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 $S(a)$
を、積分を計算することによって求めよ。
- $S(2^n) > 7^{10}$ となる最小の自然数 n を求めよ。必要であれば、 $\log_{10} 2 =$
0.3010, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ を用いてもよい。