

平成 24 年 度

(工 学 部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ・数学C	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] $\triangle OAB$ の辺 OA を $1:2$ に内分する点を C , 辺 OB を $3:2$ に内分する点を D とする。 $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AD}$ をみたす点を E とし, 直線 OE と直線 BC との交点を F とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおく。このとき, 次の間に答えよ。

- \overrightarrow{OE} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。
- \overrightarrow{OF} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。
- $FC:CB$ を求めよ。

[2] C_1 を, 中心が $(1, 1)$, 半径が 1 の円とする。円 C_2, C_3, C_4, \dots を次のように定める。

円 C_n は, x 軸, y 軸および円 C_{n-1} に接し, 円 C_n の半径 r_n は,

円 C_{n-1} の半径 r_{n-1} よりも小さいものとする。

このとき, 次の間に答えよ。

- O を原点とし, $n = 2, 3, 4, \dots$ に対して P_n を C_n と C_{n-1} の接点とすると, OP_n の長さを r_n で表せ。
- r_n と r_{n-1} の関係式を求め, 数列 $\{r_n\}$ が等比数列であることを示せ。
- 円 C_6 は, 原点を中心とした半径 $\frac{1}{1000}$ の円の内部に含まれることを示せ。

[3] 放物線 $C: y = x^2 - x + 1$ について, 次の間に答えよ。

- 点 $(0, 0)$ を通り, 放物線 C に接する 2 つの直線の方程式を求めよ。
- 放物線 C と, 1. で求めた 2 つの接線で囲まれる図形を D とするとき, C と接線の概形をかき, D を図示せよ。
- D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

[4] $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ とする。このとき, 次の間に答えよ。

- $A^2 - 6A + 9E = O$ を示せ。ただし, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。

- 数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ を

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} \quad (n \geq 2)$$

で定めるとき, x_n, y_n をそれぞれ n を用いて表せ。

- 自然数 n に対して, $A^n = a_n A + b_n E$ となる a_n, b_n をそれぞれ n を用いて表せ。