

平成 24 年 度

(教育学部・農学部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 問題〔1〕, 〔2〕, 〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕, 〔5〕は、このうちから、1題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] $\triangle OAB$ の辺 OA を $1:2$ に内分する点を C , 辺 OB を $3:2$ に内分する点を D とする。 $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AD}$ をみたす点を E とし, 直線 OE と直線 BC との交点を F とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおく。このとき, 次の間に答えよ。

1. \overrightarrow{OE} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。
2. \overrightarrow{OF} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。
3. $FC:CB$ を求めよ。

[2] C_1 を, 中心が $(1, 1)$, 半径が 1 の円とする。円 C_2, C_3, C_4, \dots を次のように定める。

円 C_n は, x 軸, y 軸および円 C_{n-1} に接し, 円 C_n の半径 r_n は,

円 C_{n-1} の半径 r_{n-1} よりも小さいものとする。

このとき, 次の間に答えよ。

1. O を原点とし, $n = 2, 3, 4, \dots$ に対して P_n を C_n と C_{n-1} の接点とすると, OP_n の長さを r_n で表せ。
2. r_n と r_{n-1} の関係式を求め, 数列 $\{r_n\}$ が等比数列であることを示せ。
3. 円 C_6 は, 原点を中心とした半径 $\frac{1}{1000}$ の円の内部に含まれることを示せ。

[3] 放物線 $C: y = x(x - a)$ について, 次の間に答えよ。ただし, $a > 0$ とする。

1. 直線 $l: y = ax$ と, C との交点で, 原点とは異なる点の座標を求めよ。
2. C と x 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。
3. C と l とで囲まれた図形 D の面積を求めよ。
4. 点 $(a, 0)$ を通り, 図形 D の面積を 2 等分する直線の方程式を求めよ。

[4] 定数 $a > 0$ に対して, $f(x) = ax^3 - 6ax^2 + 9ax + 1$ とする。このとき, 次の間に答えよ。

1. 関数 $y = f(x)$ の極値を調べて, そのグラフをかけ。
2. 点 A, B, C の座標をそれぞれ $(-1, f(-1)), (4, f(4)), (t, f(t))$ とする。 $-1 < t < 3$ のとき, 点 C における曲線 $y = f(x)$ の接線と, 線分 AB とが平行になるような t が 1 つだけ存在することを示せ。

[5] a を正の定数とし, 座標平面上に異なる 2 点 $A(a, 0), P(x, 0)$ をとる。線分の長さ OP と PA の比の値 $\frac{OP}{PA}$ について, 次の間に答えよ。ただし, O は原点を表す。

1. $\frac{OP}{PA}$ を x, a を用いて表せ。
2. $\frac{OP}{PA} = \frac{1}{2}$ のとき, P の座標を求めよ。
3. $f(x) = \frac{OP}{PA}$ とするとき, 関数 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。