香川大学

平　成　24　年　度

（医　学　部）

問題冊子

教　　科	科　　目	ページ数
数　学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ・数学C	2

試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は，すべて別紙解答用紙の所定欄に，はっきりと記入すること。
2. 答案には，解答の過程を書き，結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には，きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には，解答と志望学部及び受験番号のほかは，いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後，解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は，片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは，だまって手をあげて，監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には，解答用紙を必ずページ順に重ね，机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後，問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

〔1〕 $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 4\end{pmatrix}$ とする。このとき，次の問に答えよ。

1. $A^2-6A+9E=O$ を示せ。ただし，$E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$，$O=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ とする。

2. 数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$ を

$$\begin{pmatrix}x_1\\ y_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}x_n\\ y_n\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}x_{n-1}\\ y_{n-1}\end{pmatrix}\qquad(n\geqq 2)$$

で定めるとき，x_n，y_n をそれぞれ n を用いて表せ。

3. 自然数 n に対して，$A^n=a_nA+b_nE$ となる a_n，b_n をそれぞれ n を用いて表せ。

〔2〕 楕円 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ および双曲線 $C_2:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ について，次の問に答えよ。ただし，$a>0$，$b>0$ とする。

1. 楕円 C_1 上の点 $(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は

$$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$$

であることを示せ。

2. 楕円 C_1 の外部の点 $(p,\ q)$ を通る C_1 の2本の接線の接点をそれぞれ A_1，A_2 とする。直線 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2$ の方程式は

$$\frac{px}{a^2}+\frac{qy}{b^2}=1$$

であることを示せ。

3. $(p,\ q)$ が双曲線 C_2 上の点であるとき，直線 $\dfrac{px}{a^2}+\dfrac{qy}{b^2}=1$ は C_2 に接することを示せ。

〔3〕 曲線 $C:y=x\sin x$ について，次の問に答えよ。

1. C の接線のうち，原点を通る接線の方程式をすべて求めよ。

2. 直線 $y=\dfrac{1}{2}x$ と C との交点のうち，第1象限にあるものを x 座標の小さい方から順に P_1，P_2，P_3，$\cdots$ とする。線分 $\mathrm{P}_{2n-1}\mathrm{P}_{2n}$ と C で囲まれた図形の面積 S_n を求めよ。

3. 点 $\mathrm{Q}_n\left(\dfrac{\pi}{2}+2(n-1)\pi,\ \dfrac{\pi}{2}+2(n-1)\pi\right)$ に対して，$\triangle\mathrm{P}_{2n-1}\mathrm{P}_{2n}\mathrm{Q}_n$ の面積を T_n とする。このとき，n によらずに $\dfrac{S_n}{T_n}$ が一定であることを示せ。

〔4〕 n を2以上の整数とする。集合 $X_n=\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$ を2つの空集合ではない部分集合 A_n，B_n に分ける。すなわち，$A_n\cup B_n=X_n$，$A_n\cap B_n=\phi$，$A_n\neq\phi$，$B_n\neq\phi$ である。A_n に属する自然数の和を a_n，B_n に属する自然数の和を b_n とおく。例えば，$n=5$ のとき，X_5 を $A_5=\{1,\ 2,\ 5\}$，$B_5=\{3,\ 4\}$ と分ければ，$a_5=8$，$b_5=7$ となる。このとき，次の問に答えよ。

1. n が4の倍数のとき，$a_n=b_n$ となるように X_n を分けられることを示せ。

2. $n+1$ が4の倍数のときも，$a_n=b_n$ となるように X_n を分けられることを示せ。

3. n も $n+1$ も4の倍数ではないとき，$a_n=b_n$ となるようには X_n を分けられないことを示せ。