

平成 23 年 度

(教育学部・農学部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕,〔5〕は、このうちから、1題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] $\triangle ABC$ の外接円の半径は1である。この外接円の中心 O から3つの辺 BC , CA , AB へ下ろした垂線をそれぞれ OL , OM , ON とし、

$$\sqrt{3} \vec{OL} + \vec{OM} + (2 + \sqrt{3}) \vec{ON} = \vec{0}$$

が成立しているとする。 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$ とおくと、次の間に答えよ。

- \vec{c} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。
- 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
- $\angle AOB$ および $\angle ACB$ を求めよ。
- $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

[2] S_n は数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和とする。第 n 項 a_n と S_n は

$$S_n + na_n = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたしている。このとき、次の間に答えよ。

- a_1, a_2, a_3 を求めよ。
- a_n と S_n を n を用いて表せ。

[3] t がすべての実数をとるとき、3点 $A(t, t^2)$, $B(t, t-2)$,

$C(t + \sqrt{3}, t^2 - t - 1)$ について、次の間に答えよ。

- 各実数 t に対して、 A と B は異なる点であることを示せ。
- $\triangle ABC$ が直角三角形になる t をすべて求めよ。
- $\triangle ABC$ が鋭角三角形になる t の範囲を求めよ。

[4] a, b, c を定数とし、 $a > 0$ とする。3次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ の導関数を $f'(x)$ とする。相異なる実数 p, q で定まる3つの数

$$A = \frac{f'(p) + f'(q)}{2}, \quad B = f'\left(\frac{p+q}{2}\right), \quad C = \frac{f(p) - f(q)}{p - q}$$

について、次の間に答えよ。

- A を a, b, c, p, q を用いて表せ。
- A, B, C の大小関係を調べよ。

[5] $a > 1$ のとき、連立不等式

$$\sqrt{a^2 - x^2} \leq y \leq a^2 - x^2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

で表せる領域を D_1 , 連立不等式

$$a^2 - x^2 \leq y \leq \sqrt{a^2 - x^2}, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

で表せる領域を D_2 とする。このとき、次の間に答えよ。

- $x \geq 0, y \geq 0$ における、曲線 $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ と曲線 $y = a^2 - x^2$ の交点をすべて求めよ。
- $x \geq 0, y \geq 0$ において、2つの曲線 $y = \sqrt{a^2 - x^2}, y = a^2 - x^2$ のグラフの概形をかき、 D_1, D_2 を図示せよ。
- D_1, D_2 を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積をそれぞれ V_1, V_2 とするとき、 $V_1 - V_2$ を求めよ。
- $V_1 < V_2$ をみたす a の範囲を求めよ。