

平成 22 年 度

(教育学部・農学部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕,〔5〕は、このうちから、1題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] 点 O を中心とし、半径 1 の円に内接する $\triangle ABC$ が

$$\overrightarrow{OA} + \sqrt{3} \overrightarrow{OB} + 2 \overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

をみたしている。

このとき、次の問に答えよ。

1. 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ を求めよ。
2. $\angle AOB$, $\angle AOC$ を求めよ。
3. $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
4. 辺 BC の長さ、および頂点 A から対辺 BC に引いた垂線の長さを求めよ。

[2] 数列 $\{a_n\}$ を初項 1, 公差 $\frac{2}{7}$ の等差数列とすると、次の問に答えよ。

1. 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n および初項から第 n 項までの和 $\sum_{k=1}^n a_k$ を n を用いて表せ。
2. 実数 x に対して、 $m \leq x$ をみたす最大の整数 m を $[x]$ で表す。数列 $\{b_n\}$ を $b_n = [a_n]$ で定めるとき、 b_7 , b_{14} , b_{15} を求めよ。
3. 2. で定めた数列 $\{b_n\}$ について、 b_{100} および $\sum_{k=1}^{100} b_k$ を求めよ。

[3] 方程式 $x^3 - 1 = 0$ の解のうち、1 と異なるものの 1 つを ω とする。

このとき、次の問に答えよ。

1. $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ を示せ。
2. a, b が実数のとき、 $(a + b\omega)(a + b\omega^2)$ を a, b を用いて表せ。
3. $\frac{1}{1 + 2\omega}$ を $c + d\omega$ (c, d は実数) の形で表せ。
4. $z = m + n\omega$ (m, n は自然数) に対し、 $\frac{1}{z}$ が $p + q\omega$ (p, q は整数) の形で表されるとき、 z を求めよ。

[4] 3次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ が次の条件 (i), (ii) をみたしている。

(i) 関数 $y = f(x)$ のグラフは点 $(2, 3)$ を通り、この点における接線の傾きは 5 である。

(ii) 関数 $y = f(x)$ は $x = 1$ で極値 1 をとる。

このとき、次の問に答えよ。

1. 係数 a, b, c, d を求めよ。
2. 関数 $f(x)$ の極大値と極小値を求めよ。

[5] $0 \leq x \leq 2\pi$ において、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{2a(\sin x + \cos x)}{2 + 2\sin x \cos x - a(\sin x + \cos x)}$$

と定める。ここで、 a は $0 < a < 2$ をみたす定数である。

このとき、次の問に答えよ。

1. $t = \sin x + \cos x$ とおくとき、関数 $f(x)$ を t を用いて表せ。
2. 1. で求めた関数を $g(t)$ とするとき、関数 $g(t)$ の最大値と最小値を求めよ。
3. 関数 $f(x)$ が最大値、最小値をとるときのそれぞれの x の値を求めよ。